

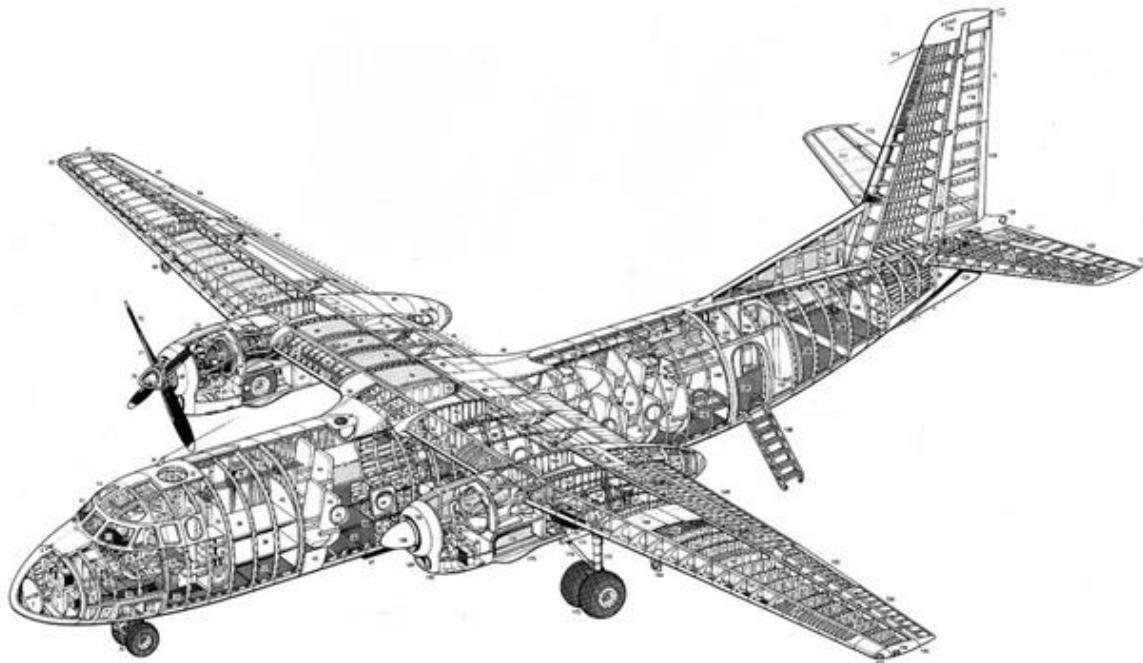


UNIVERZITET U BEOGRADU
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ



PROJEKTNI ZADATAK IZ PREDMETA
AEROELASTIČNOST

AVION ANTONOV AN-26



Profesor:
Dr Mirko Dinulović

Student:
Lazar Nikolić 1031/19

BEOGRAD
ŠKOLSKA 2020/2021 GODINA

Sadržaj

1. Karakteristike krila aviona	3
1.1. Projekcije CAD Modela.....	4
1.2. Model FEA.....	5
1.3. Statička provera.....	6
1.3.1. Definisanje materijala	7
1.3.2. Definisanje svojstva	8
1.3.3. Definisanje mreže	8
1.3.4. Definisanje opterećenja i uklještenja	10
1.3.5. Analiza rezultata	11
1.3.6. Masa krila	12
2. Brzina divergencije	12
2.1 Analitički – Metoda karakterističnog preseka.....	12
2.2 Numerički – Metod Galerkina	16
2.3. Eksperimentalni metod	19
3. Brzina Reversa i efikasnost komandnih površina	22
4. Brzina Flatera	26
5. Zaključak	30

1. Karakteristike krila aviona

VAZDUHOPLOV **ANTONOV AN-26**

ZEMLJA POKERLA



Sovjetski Savez

PROIZVOĐAČ

Antonov

VERZIJE

An-26A, An-26B, An-26L, An-26P,...

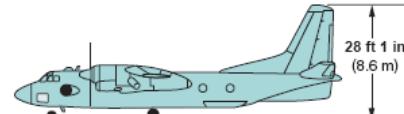


OPSTE O VAZDUHOPLOVU:

Antonov An-26 je transportni avion, srednje nosivosti. Razvijen je u okviru biroa Antonova, a proizveden je u kijevskoj fabriči aviona u Sovjetskom Savezu. Ovaj avion je prvenstveno osmišljen za vojne potrebe. An-26 je dvomotorni avion, sa mogućnošću transformacije u putnički i druge namene. Nastao je evolucijom iz An-24. Reprojektovanjem zadnjeg dela trupa, obezbeđen je veći otvor sa utovarnom-istovarnom rampom, veći prostor za teret, i kabina pod pritiskom. Proizvedeno je ukupno 1410 aviona ovog tipa, od kojih su još uvek neki u operativnoj upotrebi.

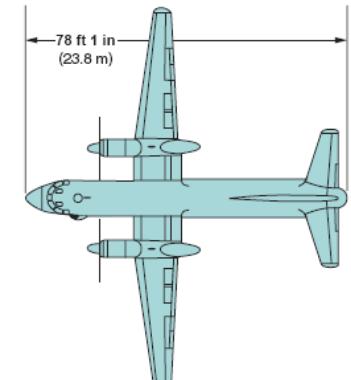
Dimenzije:

Dužina	23,8m
Razmah krila	29,2 m
Visina	8,58 m
Površina krila	75 m ²



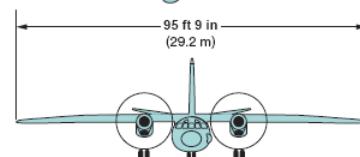
Masa:

Prazan	15 020 kg
Normalna polenta	23 000 kg
Maksimalna masa pri uzletanju	24 000 kg



Pogon:

2 × Progress AI-24VT Turbo-prop motora
1 × Tumansky Ru-19-A300 Turbomlazni buster



Performanse:

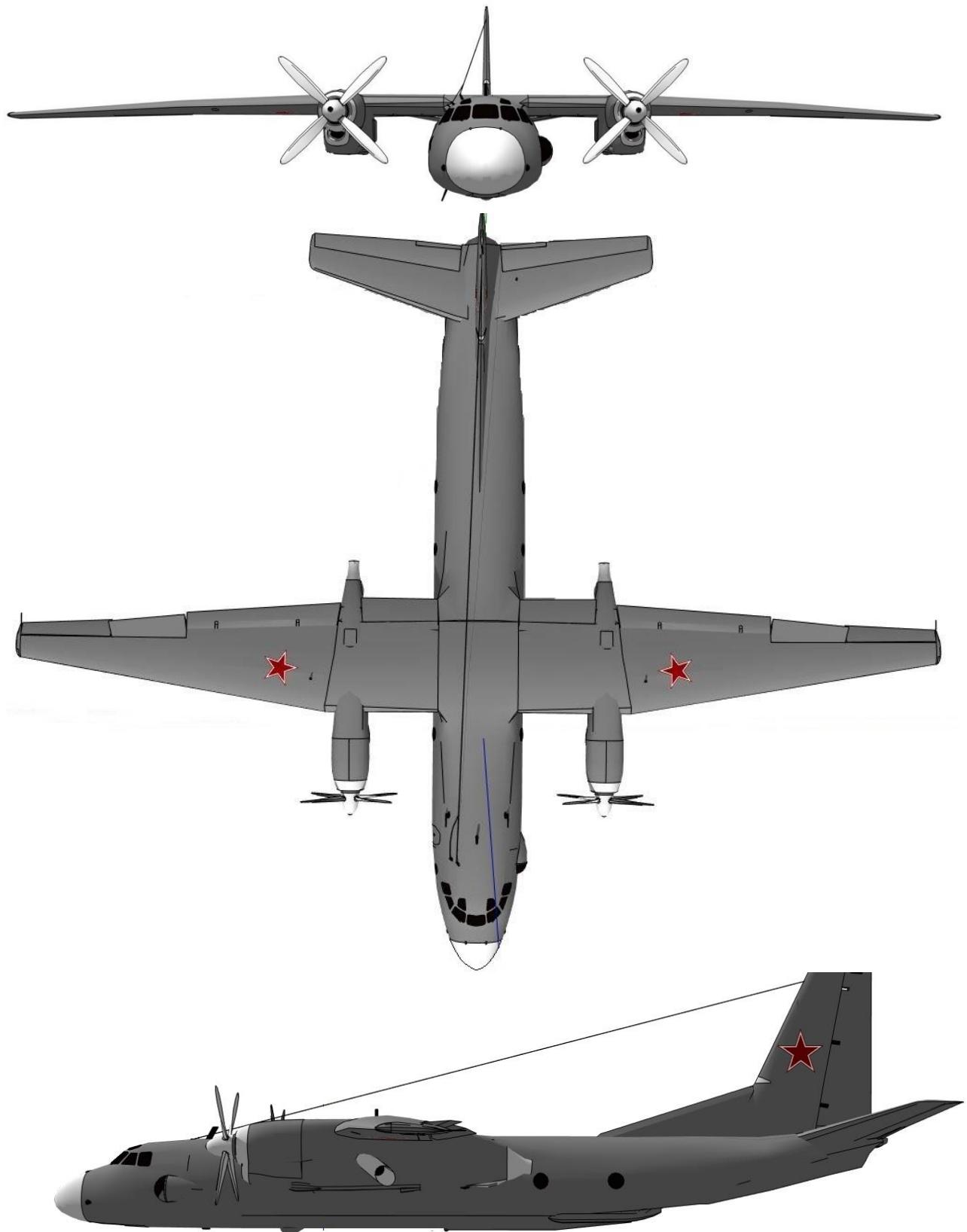
Maksimalna brzina na Hopt 540 km/h

Dolet 2 500 m

Plafon leta 7 500 m

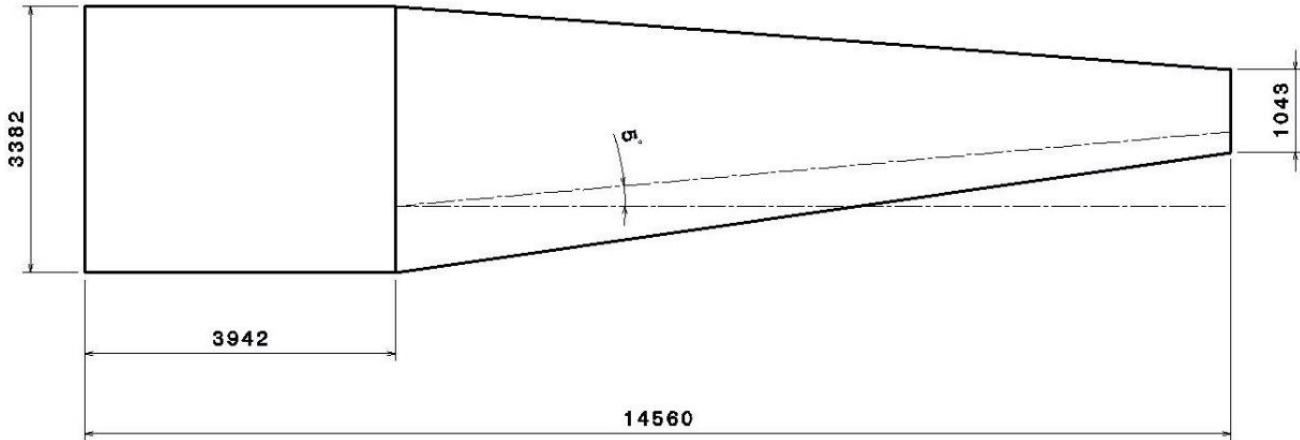
Brzina penjanja 2,5 m/s

1.1. Projekcije CAD Modela



1.2. Model FEA

Krilo aviona Antonov an-26 je dvosegmentno i sastoji se od pravougaonog i trapeznog dela. Karakteristike krila dati su na sledećoj slici:



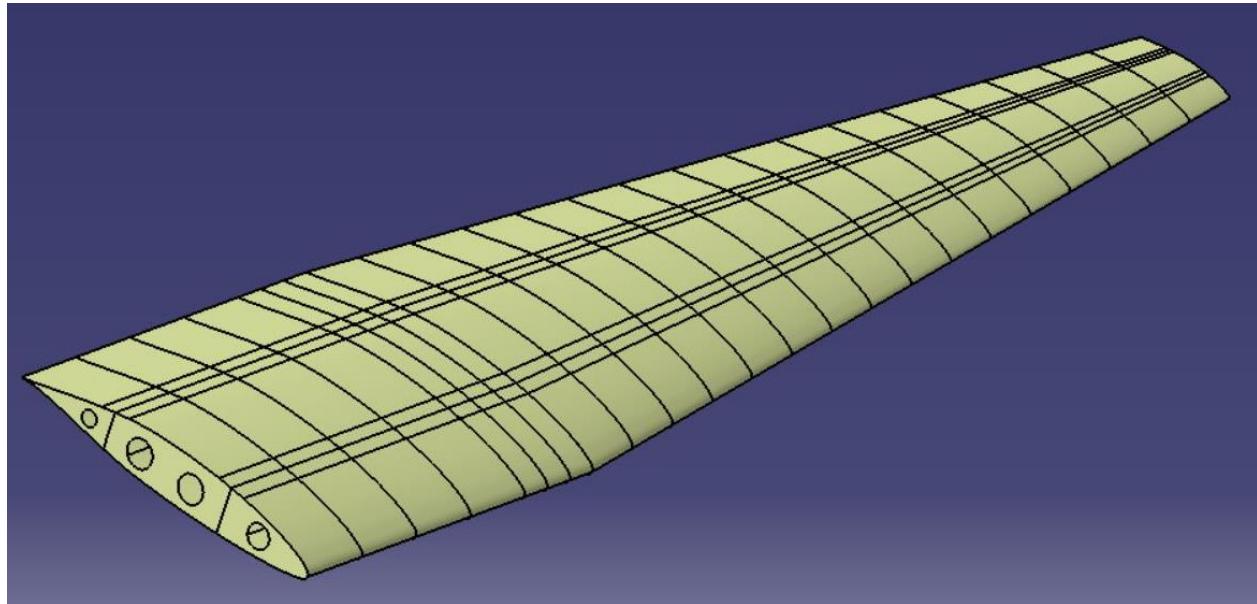
Slika 1 – Spoljašnja geometrija krila

Usvojni aeroprofilni su:

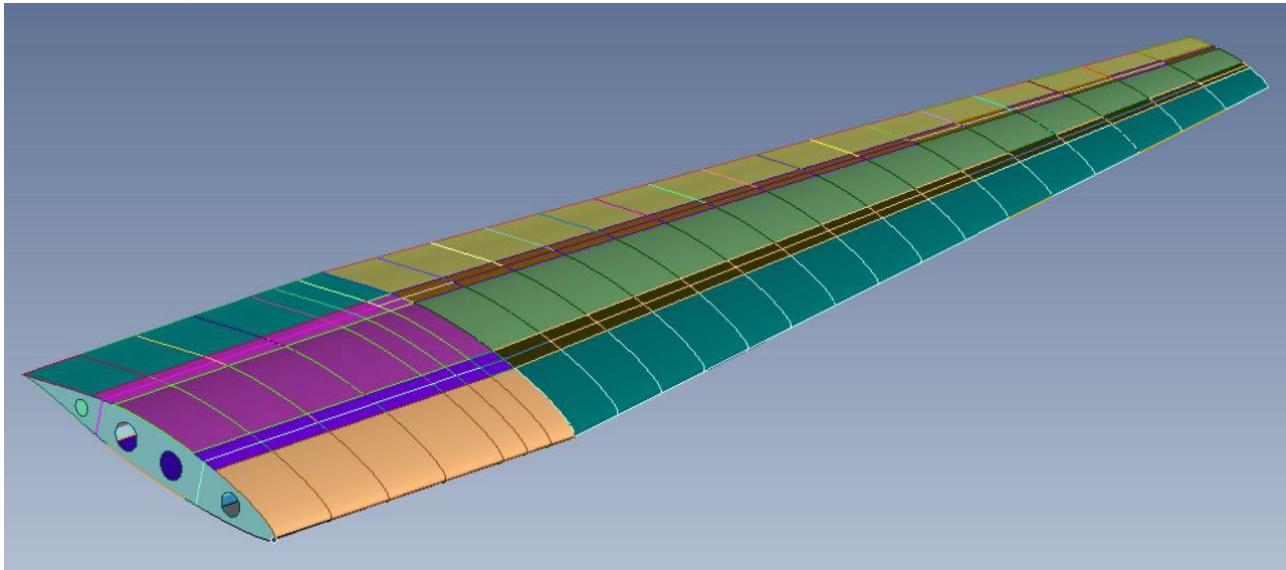
U korenu krila **NACA 66₂-415**

Na kraju krila **NACA 65₁-412**

Krilo našeg aviona koje ćemo koristiti za ispitivanje, napravljeno je u programskom paketu Catia V5 a za proračun metodom konačnih elemetana korišćen je Femap. Izgled krila možemo videti na sledećim slikama:



Slika 2 – Izgled geometrije krila u Catiji



Slika 3 – Izgled geometrije krila u Femap-u

1.3. Statička provera

Da bismo koristili naše krilo u daljem proračunu neophodno je prvo proveriti da li će izdržati neophodno statičko opterećenje. Obzirom da ne znamo tačno opterećenje kojim je izloženo krilo, možemo pomoći sledeće metode proračunati približno tu vrednost (koja je u našem slučaju u potpunosti zadovoljavajuća).

$$m_{MAX} = 24000 \text{ kg}$$

$$n = 2.5$$

$$F = m_{MAX} \cdot g \cdot n = 24000 \cdot 9.81 \cdot 2.5 = 588600 \text{ N}$$

Kao što vidimo za računanje opterećenja koje deluje na naše krilo koristili smo maksimalnu masu i koeficijent opterecenja. Vrednost koju smo dobili se odnosi na celo krilo. Obzirom da mi ispitujemo polukrilo, dobijenu vrednost treba podeliti sa dva.

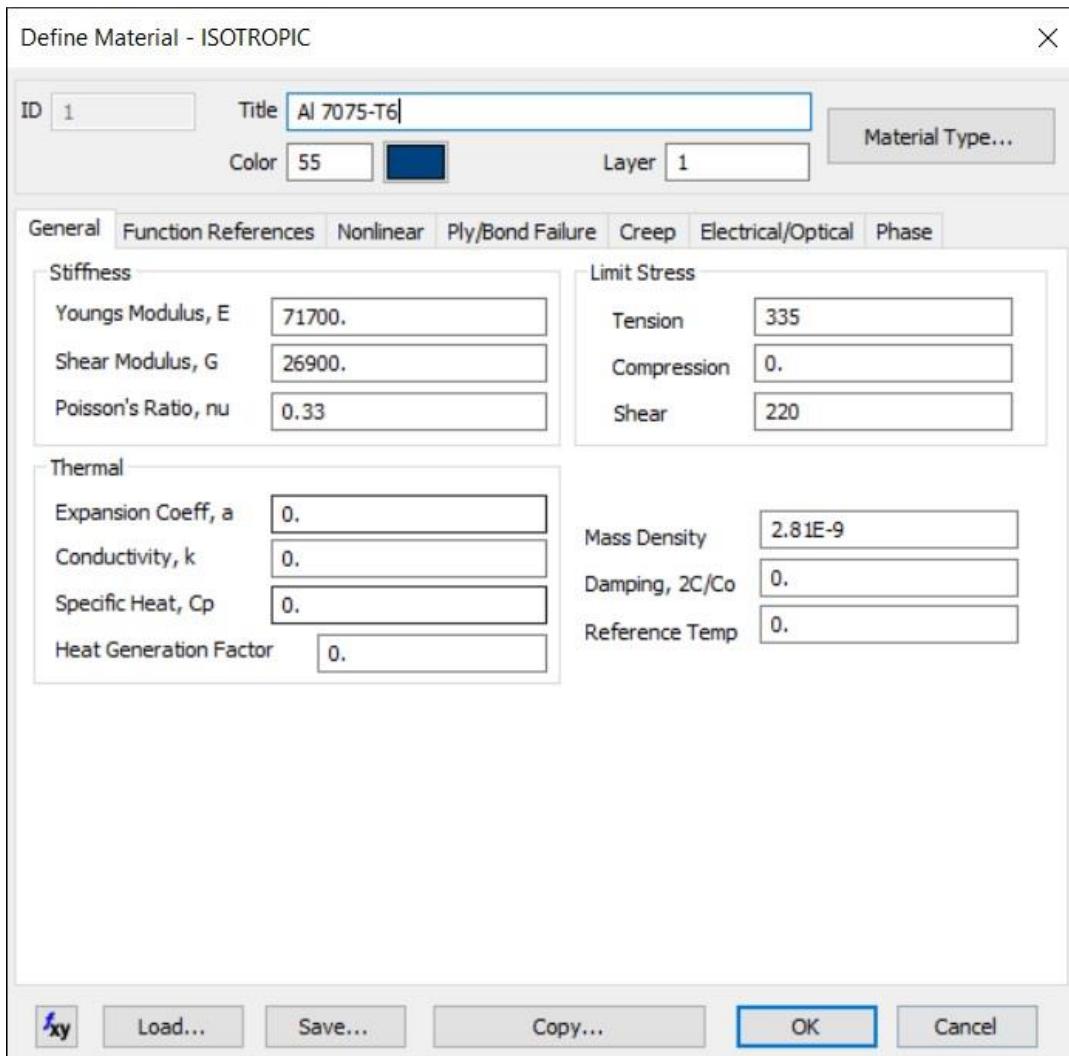
$$F_{b/2} = \frac{F}{2} = 294300 \text{ N}$$

Ovu vrednost ćemo kasnije koristiti u proračunu radi opterećivanja našeg krila. Kao što vidimo ovde nismo uračunali stepen sigurnosti, jer njega možemo uračunati kada budemo definisali dozvoljeni napon za naš materijal.

Sada sledi detaljan prikaz statičkog proračuna našeg krila u Femapu.

1.3.1. Definisanje materijala

Nakon ubacivanja samog krila u program neophodno je definisati material od koga će biti naše krilo napravljeno. U našem slučaju to je **Al 7075-T6**. Njegove karakteristike su prikazane na sledećoj slici:



Slika 4 – Karakteristike materijala

Kao što vidimo na prethodnoj slici dozvoljen normalni napon kao i dozvoljen tangencijalni napon, smanjeni su za 50% jer smo uračunali stepen sigurnosti od 1.5

Takođe veoma je bitno uneti gustinu samog materijala radi dobijanja oscilacija krila. Mi smo ovde koristili tone i milimetre.

1.3.2. Definisanje svojstva

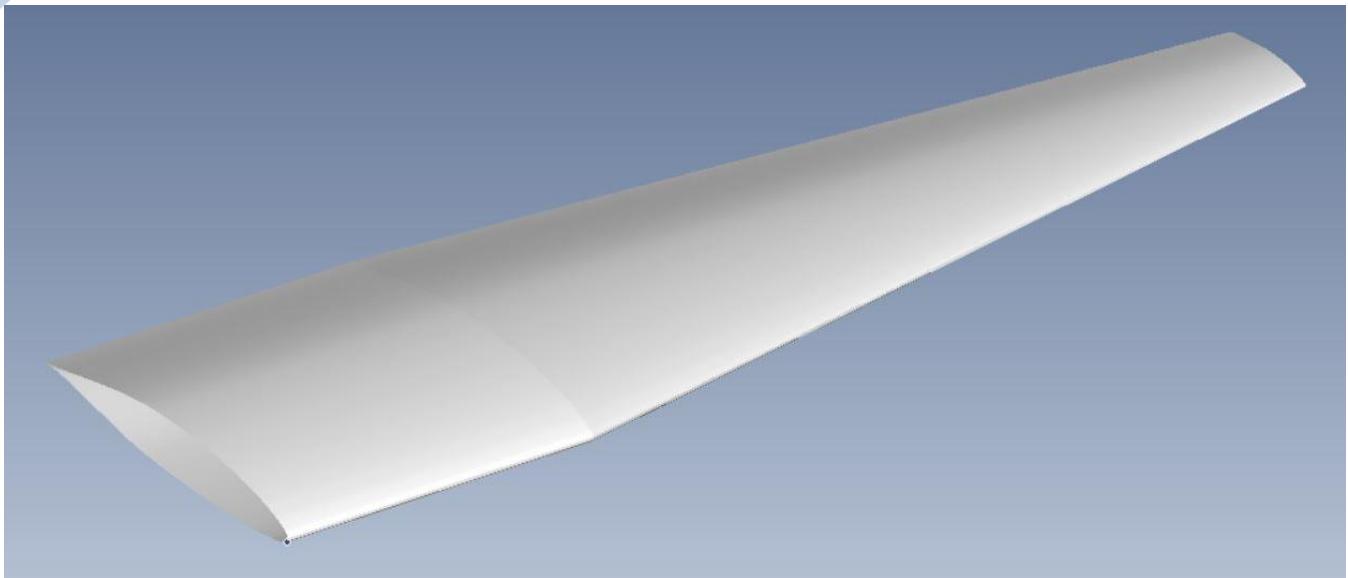
Sada nakon što smo definisali material koji koristimo, definisemo samu debljinu i oblik naših delova krila. Usvojene debljine možemo videti u sledećoj tabeli.

Naziv	Debljina u mm
Gornjaka 1	6
Gornjaka 2	4
Gornjaka 3	3
Donjaka 1	4
Donjaka 2	2
Donjaka 3	1
Pojas gornjake 1	20
Pojas gornjake 2	18
Pojas gornjake 3	16
Pojas donjake 1	18
Pojas donjake 2	16
Pojas donjake 3	14
Zid ramenjače 1	5
Zid ramenjače 2	4
Zid ramenjače 3	3
Rebra	1

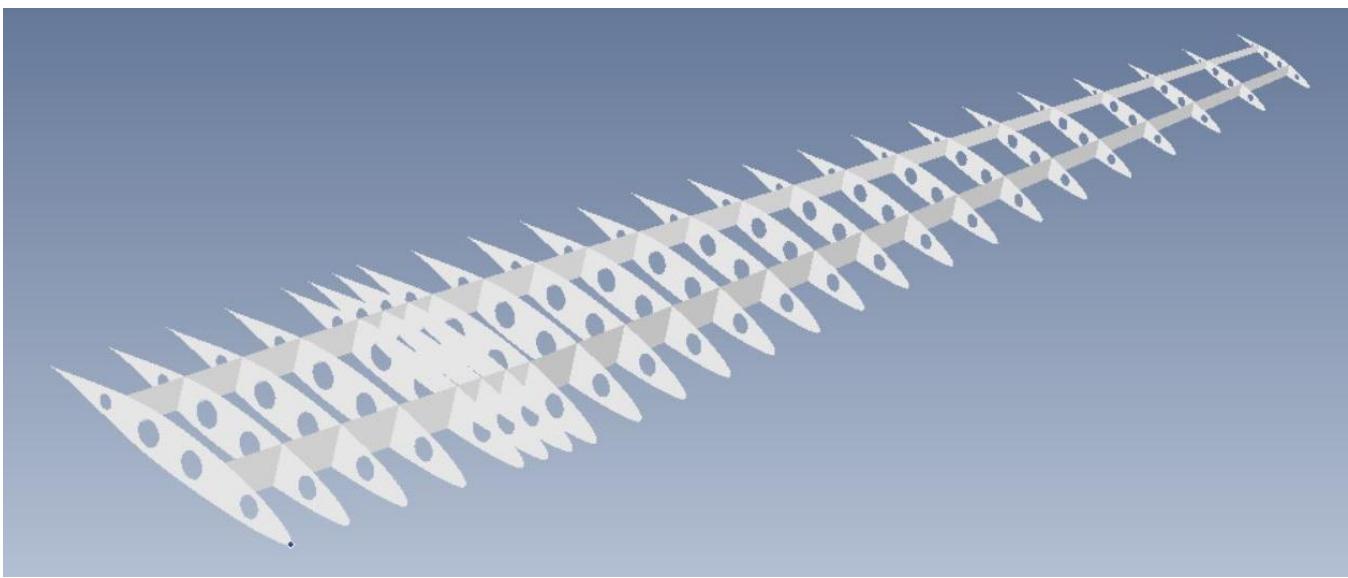
U našem slučaju svi elementi su tipa ploča određenih debljina. Razlog zbog čega nam se debljina pojedinih elemenata krila smanjuje duž polurazmaha krila je samo opterećenje krila. Kao što znamo u korenu krila je najveći moment, samim tim tu nam je neophodna i najveća debljina pojedinih elemenata. Kao što i vidimo gornjaku 1 i donjaku 1 smo povećali po 1 mm jer nam je tu napon prelazio dozvoljenu vrednost (kao što ćemo videti kasnije) dok ukoliko bismo promenili i ostale delove donjake i gornjake, napon bi nam se minimalno promenio a drastično bi se povećala masa samog krila. Takođe treba napomenuti da se u tabeli pod nazivom "pojas gornjake" podrazumeva deo pojasa ramenjače na mestu gornjake. U našem slučaju to je debljina koja predstavlja zbir debljine pojasa ramenjače i oplate u tom delu.

1.3.3. Definisanje mreže

Pre nego što definišemo opterećenje i uklještenje našeg krila neophodno je da napravimo proračunsku mrežu. Da bismo lakše napravili mrežu i da bi bilo preglednije najpre ćemo napraviti nekoliko slojeva (grupa) u kojima ćemo smestiti mrežu određenih delova krila. Nakon toga možemo lako da upalimo i ugasimo određenu mrežu koja nam nije potrebna u tom trenutku. Na sledećim slikama možemo videti mrežu određenih delova.

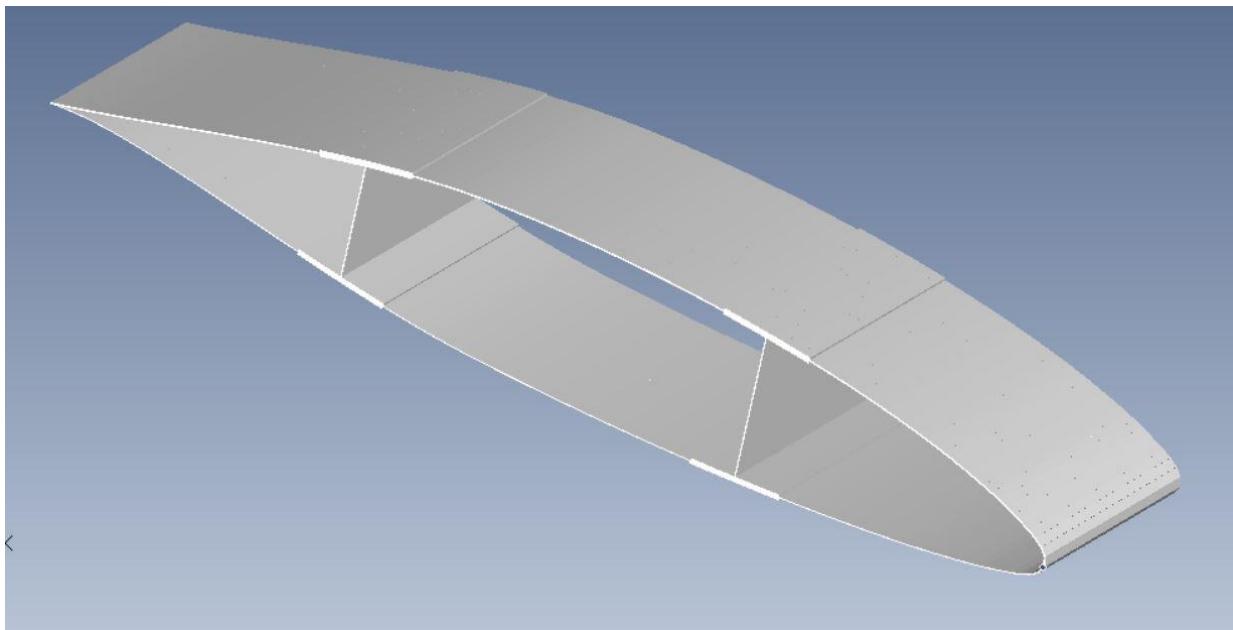


Slika 5 – Mreža rebara i zidova ramenjača



Slika 6 – Mreža gornjake i donjake

Mreža našeg krila je poprilično gusta jer tako ćemo dobiti preciznije rezultate nakon ispitivanja. Tačnije mreža našeg krila ima oko 110 000 elemenata. Pri pravljenju mreže definišemo odnosno zadajemo određena svojstva delovima.

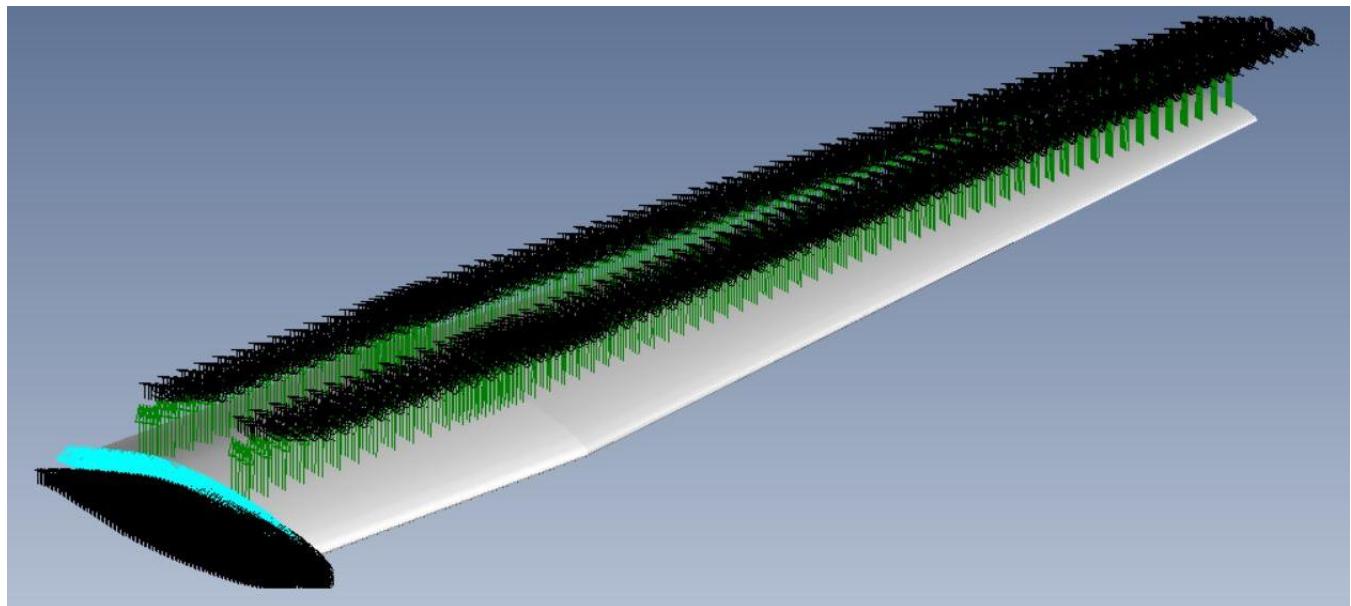


Slika 7 – Presek krila

1.3.4. Definisanje opterećenja i uklještenja

Na početku ovog poglavlja izračunali smo naše opterećenje tako da sada je neophodno postaviti ga na krilo. Pošto naše krilo ima dve ramenjače, usvajamo da će prva nositi $\frac{2}{3}$ a druga $\frac{1}{3}$ od ukupnog opterećenja. Samo opterećeje smo uneli na površinu pojasa ramenjače.

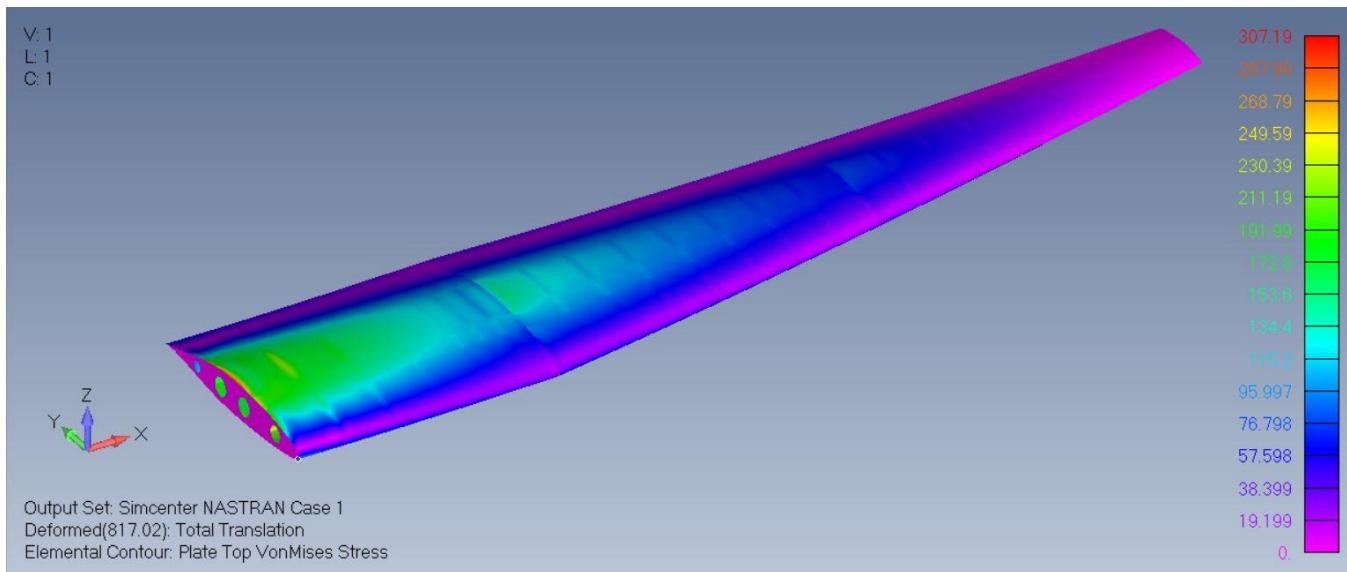
Kod definisanja uklještenja samo treba napomenuti da je krilo uklješteno na mestu spoja sa trupom i da nije dozvoljena nikakva translacija ni rotacija na tom mestu.



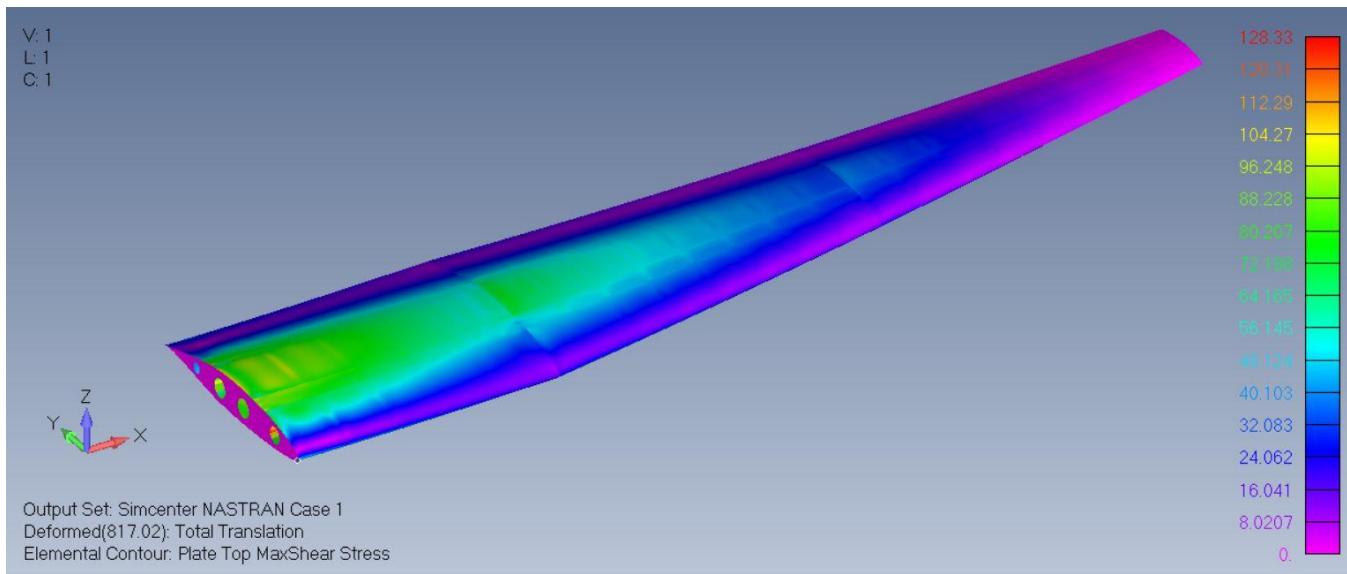
Slika 8 – Opterećenje i uklještenje krila

1.3.5. Analiza rezultata

Nakon pokretenja analize i izbacivanja rezultata možemo videti koliki su nam naponi. Treba napomenuti da najveći normalni i tangencijalni napon ne smeju prelaziti vrednost dozvoljenih naponi.



Slika 9 – Normalni naponi



Slika 10 – Smicajni naponi

Kao što vidimo na prethodnim slikama naše krilo će izdržati neophodno opterećenje. Takođe možemo primetiti da nam se prilikom ispitivanja javlja blaga koncentracija napona u korenu krila (konkretno na oplate) pa smo zbog toga tu imamo ojačanje od 1mm. Ukupna deformacija krila je **817 mm**, što je sasvim zadovoljavajuće obzirom da je razmah krila **29.12 m**.

1.3.6. Masa krila

	Mass	Center_of_Gravity_in_CSys_0					
	---	X	Y	Z			
Structural	1.395423	5238.838	1748.708	72.18561			
NonStructural	0.	0.	0.	0.			
Total	1.395423	5238.838	1748.708	72.18561			
Inertias_in_CSys_0		Ixx	Iyy	Izz	Ixy	Iyz	Izx
About_CSys	5139121.	57775921.	62823577.	13299886.	170496.5	464933.9	
About_CG	864673.6	19470662.	20258414.	516136.4	-5649.991	-62771.55	
Total_Length (Line_Elements_only) =		0.					
Total_Area (Area_Elements_only) =		98670814.					
Total_Volume (All_Elements) =		496591955.					

Masa našeg krila mora biti od 10-12 % maksimalne mase krila. Kao što vidimo naša masa je 1400 kg što spada u dozvoljeni opseg!

2. Brzina divergencije

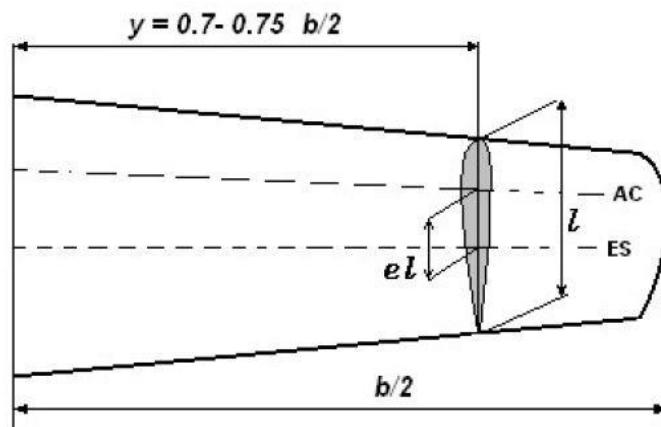
2.1 Analitički – Metoda karakterističnog preseka

Ovaj metod se još naziva metod karakterističnog preseka, jer je neophodno usvojiti karakterističan presek koji se nalazi na 70-75 % polurazmaha. Nakon usvajanja karakterističnog preseka neophodno je prvo odrediti vrednost koeficijenta krutosti $C_{\theta\theta}$. Kada je poznat ovaj koeficijent moguće je odrediti i kritičnu odnosno brzinu torzijone divergencije V_D . Ovo je takozvana “never speed” odnosno brzina koju letelica nikada ne sme dostigne. Sledi detaljan prikaz ove metode.

Posmatramo trapezno krilo i uočimo presek na $(0.7 - 0.75) \cdot b/2$. Sila uzgona i aerodinamički moment krila možemo izraziti na sledeći način:

$$R_z = \frac{1}{2} \rho V^2 \frac{dC_z}{d\alpha} \alpha_\alpha S$$

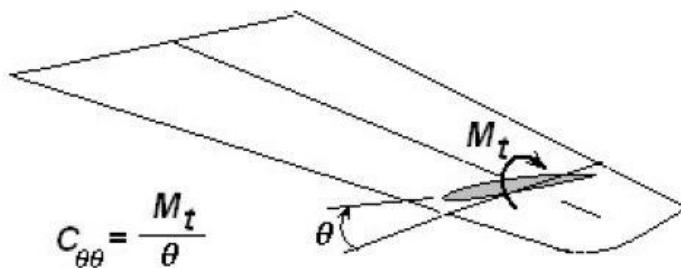
$$M_{ac} = \frac{1}{2} \rho V^2 C_{mac} Sl$$



Slika 11 – Veličine karakterističnog preseka

Pri čemu je gradijent uzgona $\frac{dC_z}{d\alpha}$, aerodinamički napadni ugao $\alpha_\alpha = \alpha - \alpha_n$, koeficijent momenta za aerodinamičkog centra $C_{m ac}$ i tetiva l . Ovo su sve bile veličine koje odgovaraju aeroprofilu na mestu izabranog preseka.

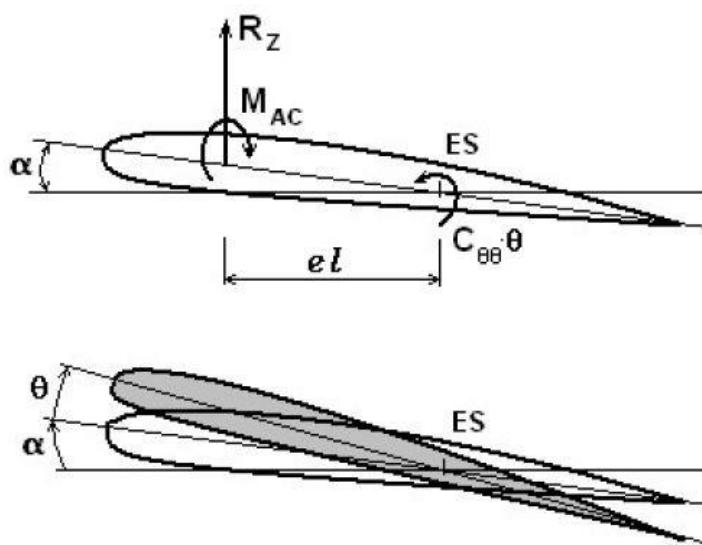
Koeficijent krutosti karakterističnog preseka krila možemo računski ili eksperimentalno odrediti. Za linearne elastično krilo moment torzije je proporcionalan uglu uvijanja $M_T = C_{\theta\theta} \cdot \theta$ pa je koeficijent krutosti na mestu karakterističnog preseka $C_{\theta\theta} = \frac{M_T(Nm)}{\theta(rad)}$ odnos između uvedenog momenta u tom preseku ili sračunatog i izmerenog ugla uvijanja tog istog preseka.



Slika 12 – Koeficijent krutosti karakterističnog preseka

Posmatrajmo sada karakterističan presek opterećen silom uzgona i aerodinamičkim momentom krila. Moment $M_{ac} + R_z \cdot (el)$ od aerodinamičkog opterećenja oko centra smicanja izaziva uvijanje karakterističnog preseka za ugao θ a usled njega pojaviće se reaktivni moment od elastičnih sila, proporcionalan ovoj deformaciji $C_{\theta\theta} \cdot \theta$ koji uspostavlja ravnotežu:

$$C_{\theta\theta} \cdot \theta = M_{ac} + R_z \cdot (el)$$



Slika 13 – Uvijanje karakterističnog preseka

Međutim, sada je novi napadni ugao jednak $\alpha + \theta$, pa se sila uzgona, a time i moment od aerodinamičkog opterećenja poveća, što izaziva dodatno uvijanje, a ovo dodatno uvijanje izaziva dalji porast sile uzgona, odnosno spoljnog momenta uvijanja od aerodinamičkog opterećenja i proces se nastavlja sve dok se ne postigne ravnotežno stanje ili dok se krilo, usled prevelikog opterećenja izazvanog momentom torzije, ne polomi. Uslov ravnoteže prema prethodnom može se definisati na sledeći način:

$$C_{\theta\theta} \cdot \theta = \frac{1}{2} \rho V^2 \cdot C_{mac} \cdot S \cdot l + \frac{1}{2} \rho V^2 \cdot \frac{dC_z}{d\alpha} \cdot (a_a + \theta) \cdot S \cdot e \cdot l$$

Sređujući prethodnu jednačinu, tako da se veličine koje sadrže nepoznati ugao uvijanja θ prebacen levu stranu, dobijamo sledeću jednačinu:

$$\left(C_{\theta\theta} - \frac{1}{2} \rho V^2 \cdot \frac{dC_z}{d\alpha} \cdot S \cdot el \right) \cdot \theta = \frac{1}{2} \rho V^2 \cdot \left(C_{mac} + \frac{dC_z}{d\alpha} \cdot a_a \cdot e \right) \cdot S \cdot l$$

Odnosno

$$\theta = \frac{\frac{1}{2} \rho V^2 \cdot \left(C_{mac} + \frac{dC_z}{d\alpha} \cdot a_a \cdot e \right) \cdot S \cdot l}{\left(C_{\theta\theta} - \frac{1}{2} \rho V^2 \cdot \frac{dC_z}{d\alpha} \cdot S \cdot e \cdot l \right)}$$

S obzirom da krilo nije apsolutno kruto, ovaj elastični ugao uvijanja postoji uvek tokom leta i menjaće se sa porastom dinamičkog pritiska ili promenom napadnog ugla.

Razmatranjem prethodno napisanog izraza za ugao uvijanja, može se primetiti da se u imeniocu od konstante $C_{\theta\theta}$ oduzima sve veća i veća veličina kako se povećava dinamički pritisak, tako da imenioc postaje sve manji i manji, usled čega se povećava ugao uvijanja sve dok ne postane beskonačan, što ne može da izdrži ni jedan materijal. I ako do loma krila dolazi pri nekom konačnom uglu uvijanja, za definisanje kritične brzine pri kojoj krilo više nije stabilna konstrukcija, ne može da se uspostavi ravnoteža, već pod dejstvom aerodinamičkog opterećenja lomi, **uzima se uslov da imenioc postaje jednak nuli, tj. ugao uvijanja postaje beskonačan!**

Odatle sledi da je brzina divergencije jednaka:

$$V_D = \sqrt{\frac{2 \cdot C_{\theta\theta}}{\rho \cdot \frac{dC_z}{d\alpha} \cdot S \cdot e \cdot l}}$$

Takođe treba napomenuti da samo za ono krilo kog koga je položaj centra smicanja iza aerodinamičkog centra (e je pozitivna vrednost) postoji brzina divergencije.

Sada ovo teorijsko razmatranje možemo primeniti na naše krilo. Radi lakšeg računanja mi smo napisali kod u Matlabu koji izračunava našu brzinu divergencije.

```

clear, clc, close
%% Ulazni podaci
b_2 = 14.56; % [m] Polurzmah krila - mereno od spoja sa trupom
S = 68.844; % [m2] Izlozena povrsina krila
ls = 3.382; % [m] Tetiva na mestu spoja krilo-trup
lo = 1.043; % [m] Tetiva na kraju krila letelice
Cz = 1.527; % [ ] Maksimalni koef. uzgona pri kriticnom napadnom uglu
alpha = 16.929; % [°] Kriticni napadni ugao krila
d_l = 0.143; % [ ] Srednja efektivna relativna debljina krila
t=4/1000; % [m] Prosečna debljina svih elemenata torzione kutije
a = Cz/alpha*180/pi; % [ ] Gradijent uzgona krila
E = 71700*10^6; % [N/m2] Jangov modul elasticnosti za Al 7075 T6
ni = 0.33; % [ ] Poasonov koeficijent za Al 7075 T6
G = E/(2*(1+ni)); % [N/m2] Modul klizanja za Al 7075 T6
e = 0.25; % [ ] Rel rastojanje centra smicanja od aerodin. centra
rho = 1.225; % [kg/m3] Gustina vazduha na H = 0m
yp = 0.7; % [y = 0.7 - 0.75 b/2] Odabrat karakteristicki presek
%% PRORACUN DIVERGENCIJE
if yp <= 0.7 || yp <= 0.75
else
error('Karakteristicki presek mora biti izmedju 0.7 - 0.75 b/2!')
end
syms y
l(y) = vpa(ls-y*((ls-lo)/(b_2)));
h(y) = d_l*l(y);
A(y) = l(y)*h(y);
ds_t = 1/t * (2*l(y)+2*h(y));
J = 4*A(y)^2/ds_t;
int = int(1/J,0,yp*b_2);
Ctetateta = G/int;
Vd = double(sqrt((2*Ctetateta)/(rho*a*(S/2)*e*l(yp*b_2))));
Vd_kmh = Vd*3.6;
disp(['Brzina torzione divergencije iznosi Vd = ',num2str(Vd_kmh), ' [km/h]'])
%% PROVERA
Vmax = 540; % [km/h] Maksimalna brzina letelice
disp('***** PROVERA *****')
disp('Uslov bzine divergencije Vd > 1.2*Vmax')
disp(['1.2*Vmax = ',num2str(1.2*Vmax), ' [km/h]'])
provera = 1.2*Vmax;
if Vd_kmh > provera
disp('Bzina divergencije ispunjava uslov. Krilo je dobro projektovano!')
else
error('Bzina divergencije NE ISPUNJAVA uslov!!!!!!')
end

```

Brzina torzione divergencije iznosi Vd = 1184.0586 [km/h]

Uslov bazine divergencije $V_d > 1.2 \cdot V_{max}$

$$1.2 * V_{max} = 648 \text{ [km/h]}$$

Bzina divergencije ispunjava uslov. Krilo je dobro projektovano!

Kao što vidimo naša brzina divergencije ispunjava zadati uslov!

Takođe treba napomenuti da smo prilikom unošenja vrednosti u kod, aproksimirali naše centroplansko krilo sa trapeznim krilom određenih dimenzija. Što se tiče ostalih podataka, oni su preuzeti iz predmeta "Primjena aerodinamika" gde smo takođe vršili aproksimaciju našeg krila tako da su ovi podaci veoma pouzdani.

2.2 Numerički – Metod Galerkina

Osnovna razlika između Galerkinove metode i prethodne metode je ta što samu brzinu divergencije V_D definisemo uslovom da ugao uvijanja θ pri toj brzini teži beskonačnosti. Odnosno ovde pre samog proračuna prepostavljamo brzinu divergencije i zatim iterativnim putem težimo ka našoj konačnoj vrednosti. Kao i u prethodnom slučaju kod je napisan u Matlabu.

```

% FEM, galerkinov metod
% jna: Ay'' + By' + Cy + D = 0, y(0) = 0, y'(1) = 1
% sa simbolickim promenljivama
% trapezno krilo

```

```

clear , clc, close
% Uzni podaci
ag = 5.1681; % [ ] Gradijent uzgona krila
Cmac = -0.074; % [ ] Koeficijent momenta krila
b2 = 14.56; % [m] Polurzmah krila - mereno od spoja sa trupom
e = 0.25; % [ ] Rel. rastojanje centra smicanja od aerodin. centra
V = 332; % [m/s] Pretpostavljena brzina divergencije
rho = 1.225; % [kg/m3] Gustina vazduha na H = 0m
G = 2.769e10; % [N/m2] Modul klizanja mat. krila: Al 7075 T6
t = 0.004; % [m] Prosečna debljina svih elemenata torziona kutije
alpha = 16.929*pi/180; % [°] Kriticni napadni ugao krila

% Jedan konacni element
Ne = 1;
a = 0;
b = b2;
x = linspace(a,b,10*Ne+1);

% Pomocna promenljiva za resavanje integrala
syms xs

```

```
% Karakteristike krila
l = 0.8-0.06*xs;
J = 0.0257*t*(0.8-0.06*xs)^3;
dJdy = -0.00463*t*(0.8-0.06*xs)^2;

% Koeficijenti dif. j-ne
A = G*J;
B = G*dJdy;
C = rho*V^2/2*ag*l^2*e;
D = rho*V^2/2*l^2*(ag*alpha*e + Cmac);

M = 2;

% Matrica koeficijenata
K = zeros(M, M);

% Matrica slobodnih clanova
f = zeros(M, 1);

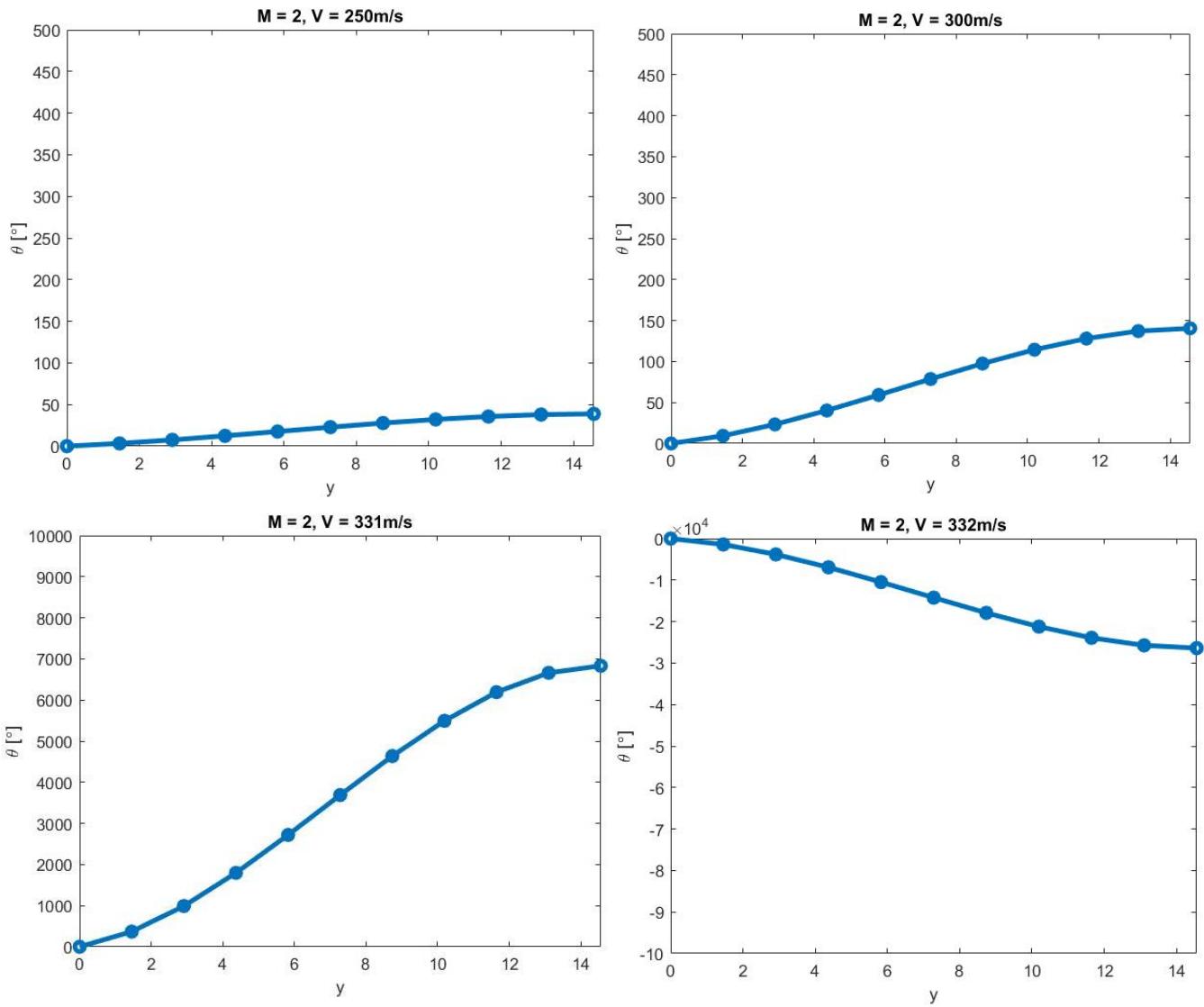
% Proracun matrica koeficijenata i slobodnih clanova
for i = 1:M
    for j = 1:M
        K(i,j) = int((-A*j*(j+1)/b2^2*(1-xs/b2)^(j-1) +
B*(j+1)/b2*(1-xs/b2)^j + ...
C*(1-(1-xs/b2)^(j+1))) * (1-(1-xs/b2)^(i+1)), a, b);
    end
    f(i,1) = int(-D * (1-(1-xs/b2)^(i+1)), a, b);
end

% Koeficijenti
A = K\f;

% Resenje
y = 0;
for i = 1:M
    y = y + A(i)*(1-(1-x/b2).^(i+1));
end

% Prikaz rezultata
figure,
set(gca, 'FontSize', 20)
plot(x, y*180/pi, '-o', 'LineWidth', 3);
xlabel('y');
ylabel('\theta [\circ]');
title(['M = ', int2str(M), ', V = ', int2str(V), ' m/s'])
axis([0 b2 0 500]);

y(10*Ne+1)*180/pi
```



Slika 14 – Grafički prikaz dobijenih rezultata

Kao što vidimo na prethodnim diagramima brzina divergencije Galerkinovom metodom je **332 m/s (1191.6 km/h)**. Ukoliko uporedimo dobijene rezultate ovom i prethodnom metodom vidimo da je razlika svega **1%**, što predstavlja izuzetno dobro poklapanje. Kao i u prethodnom slučaju podatke koje smo koristili u kodu su preuzeti iz predmeta “Primjena aerodinamika”

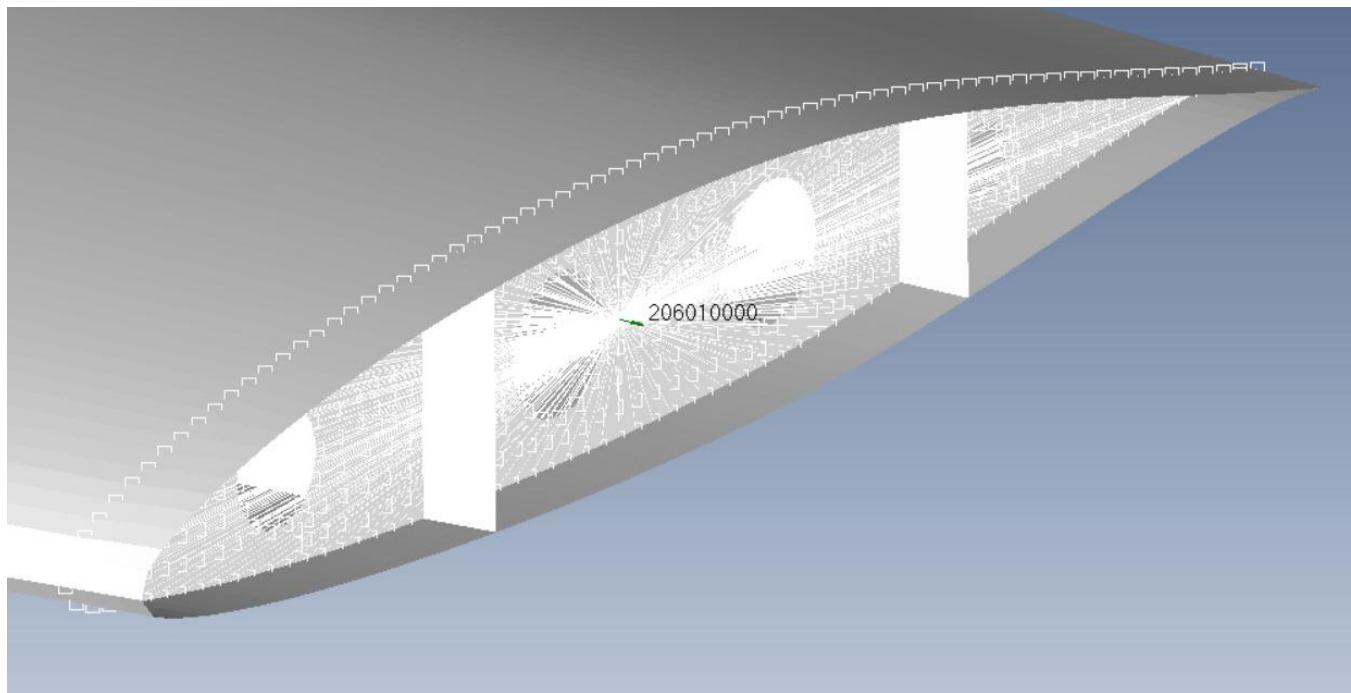
2.3. Eksperimentalni metod

Eksperimentalni način određivanja kritične brzine divergencije se zasniva na dobijanju vrednosti koeficijenta krutosti $C_{\theta\theta}$ eksperimentalnim putem (u našem slučaju to je ispitivanje u Femapu). Na osnovu dobijenih pomeranja i geometrijskih karakteristika u Femapu lako možemo izračunati ugao θ a samim tima i koeficijent krutosti $C_{\theta\theta}$ obzirom da znamo i moment uvijanja. Da bismo uspešno izvršili analizu najpe je neophodno dobro postaviti model krila i njegove granične uslove:

1. Izabrati proizvoljan presek krila (koji u našem slučaju je 70% polurazmaha kao i u prethodnim metodama) i odrediti njegov centar smicanja
2. U tački koja predstavlja centar smicanja povezati sve čvorove tog preseka tako da predstavljaju jedan krut element.
3. Zatim takođe u toj tački uneti odgovarajući moment koji je izračunat na sledeći način:

$$M_T = F_{b/2} \cdot l \cdot y = 294300 \cdot 1m \cdot 0.7 = 206010 Nm$$

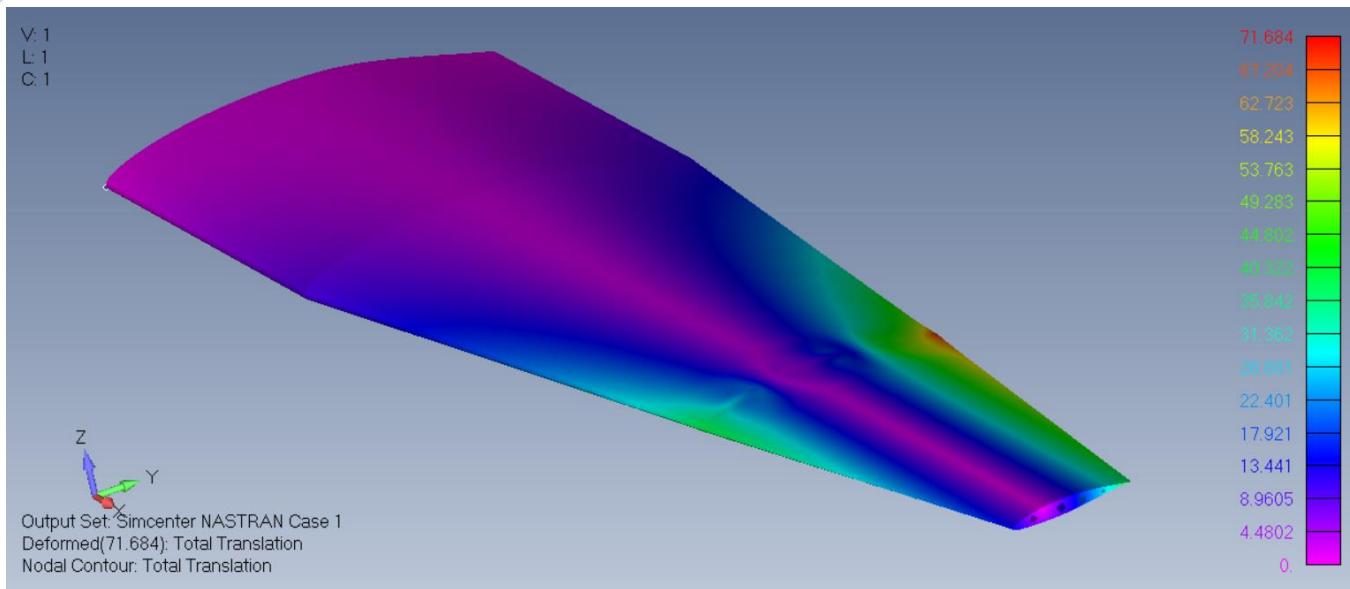
4. Nakon toga pustiti analizu i očitati dobijene rezultate.



Slika 15 – RBE elementi i moment postavljeni u centru smicanja

Takođe treba napomenuti da način izračunavanja momenta torzije smo sami usvojili, tako da sam moment može takođe biti prepostavljen na drugi način pa će se i sama deformacija promeniti shodno tome.

Kao što vidimo sa predhodne slike moment koji smo uneli u centru smicanja je uvećan za 1000 zbog razlike u jedinicama.



Slika 16 – Dobijeni rezultati (totalna translacija)

Obzirom da na mestu izabranog karakterističnog preseka se javlja koncentracija napona kao i to da iako smo uveli RBE element na tom mestu, pojedini elementi pored našeg preseka su se značajno deformisali. Time možemo zaključiti da naša maksimalna vrednost nije merodavna za naš dalji proračun. Shodno tome za naš dalji proračun usvajamo vrednost koja se nalazi na najvećem delu gde je krilo opterećeno. Vrednost našeg pomeranja je 37.473mm!

Nakon ovog vrednosti koje smo usvojili (moment torzije) i dobili analizom (pomeranje) ubacujemo u Matlab kod i računamo brzinu divergencije.

```
%%%%%%%%%%%%% EKSPERIMENTALNI METOD %%%%%%
%%%%%%%%%%%%% %%%%%% %%%%%% %%%%%% %%%%%%
%%%%%%%%%%%%% %%%%%% %%%%%% %%%%%% %%%%%% %%%%%%
%%%%%%%%%%%%% %%%%%% %%%%%% %%%%%% %%%%%% %%%%%%
```

```
clear, clc, close
%% Ulazni podaci:
b_2 = 14.56; % [m] Polurazmah krila, mereno od spoja sa trupom
S = 68.844; % [m^2] Izlozena povrsina krila
l = 2.066; % [m] Duzina tetive usvojenog karakterističnog preseka
Cz = 1.527; % [ ] Maksimalni koeficijent uzgona
alpha = 16.929; % [°] Kriticni napadni ugao krila
a = Cz/(alpha*pi/180); % [ ] Gradijent uzgona krila
rho = 1.225; % [kg/m^3] Gustina vazduha na H = 0m
d = 0.9438; % [m] Rastojanje od napadne ivice do centra smicanja
e = d/l - 0.25; % [ ] Relativno rastojanje centra smicanja do
aerodinamickog centra
Mt = 206010; % [Nm] Moment torzije
def = 37.473/1000; % [m] Deformacija krila [m]
```

```
%% Proracun divergencije
theta = def/d; % Sacunati ugao uvijanja
Cthetatheta = Mt/theta; % Koeficijent krutosti
Vd = ((sqrt((2*Cthetatheta)/(rho*a*(S/2)*e*l)))*3.6)

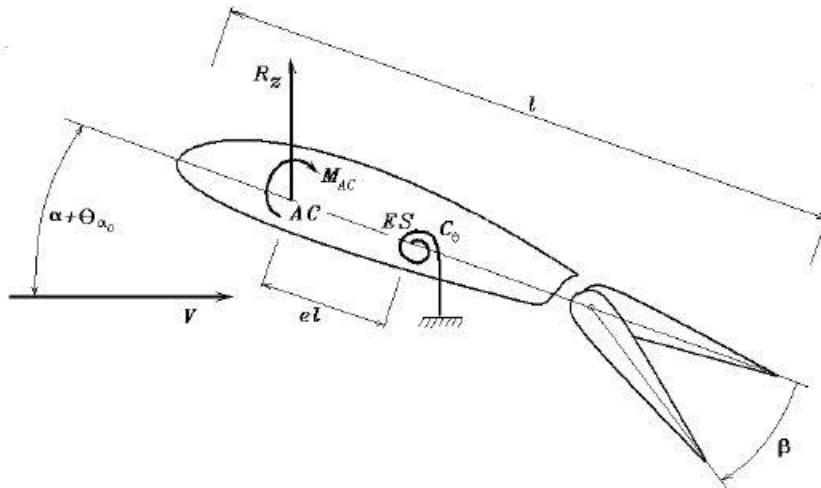
%% PROVERA
Vmax = 540; % [km/h] Maksimalna brzina letelice
disp('***** PROVERA *****')
disp('Uslov bzine divergencije Vd > 1.2*Vmax')
disp(['1.2*Vmax = ',num2str(1.2*Vmax), ' [km/h]'])
provera = 1.2*Vmax;
if Vd > provera
    disp('Brzina divergencije ispunjava uslov. Krilo je dobro projektovano!')
else
    error('Brzina divergencije NE ISPUNJAVA uslov!!!!!!')
end

Brzina torzione divergencije iznosi Vd = 1201.7946 [km/h]
***** PROVERA *****
Uslov brzine divergencije Vd > 1.2*Vmax
1.2*Vmax = 648 [km/h]
Brzina divergencije ispunjava uslov. Krilo je dobro projektovano!
```

Kao što možemo videti u sve tri metode dobili smo da nam je krilo projektovano. Takode je važno napomenuti da dobijeni rezultati prethodnim metodama se veoma dobro poklapaju, razlika je svega 1-2%!

3. Brzina Reversa i efikasnost komandnih površina

Za objašnjenje pojma efikasnosti komandnih površina kao aeroelastične pojave ponovo se koristi uprošćeni model i razmatra ponašanje karakterističnog poprečnog preseka ali sada krila sa krilcem. Uticaj elastičnosti, kao i pri razmatranju problema torziona divergencije modeliran je elastičnom torzionom oprugom krutosti C_θ koja je vezana u centru smicanja i simulira elastičnost krila na delu od korena do karakterističnog preseka.



Slika 17 – Proizvoljni presek krila

Sa slike možemo uočiti dve veličine koje su nam značajne a to su:

C_θ – koeficijent krutosti elastične torzionalne opruge, vezane u centru smicanja razmatranog preseka

θ_{α_0} – relativni ugao uvijanja karakterističnog preseka u odnosu na presek u korenu krila

Oprruga u našem slučaju predstavlja matematički model koji zamenjuje uticaj elastičnosti krila. Stanje karakterističnog poprečnog preseka pre komandovanja je ustaljeno stanje leta i predstavljaće početni položaj ovog preseka, pri nekoj brzini leta V , neposredno pre komandovanje krilcem $\beta = 0$.

Kao što je već rečeno pri razmatranju problema torzionale divergencije, zbog elastičnosti krila, stvarni napadni ugao na mestu karakterističnog preseka biće $\alpha = \alpha_0 + \theta_{\alpha_0}$. Relativni ugao uvijanja θ_{α_0} postojaće u svakom trenutku leta obzirom da je rezultat postojanja aerodinamičkih sila u odnosu na elastični centar.

Prepostavimo da je u ovom stanju došlo do komandovanja krilcem i da je ono otklonjeno za ugao β na dole. Usled obaranja krilaca (promene krivine aeroprofilata) dolazi do promene koeficijenta uzgona

$\Delta C_z = \frac{\partial C_z}{\partial \beta} \cdot \beta$ i do promene koeficijenta momenta oko aerodinamičkog centra $\Delta C_{Mac} = \frac{\partial C_{Mac}}{\partial \beta} \cdot \beta$, pri čemu treba naglasiti da je $\frac{\partial C_{Mac}}{\partial \beta}$ negativno. Posle obaranja krilaca, gradijent uzgona $\frac{\partial C_z}{\partial \alpha}$ ostaje praktično nepromenjen, tj kriva $C_z(\alpha)$ se paralelnon pomera levo i naviše.

Ovo znači da u odnosu na prethodno stanje će doći do povećanja koeficijenta uzgona ali i do povećanja koeficijenta momenta oko aerodinamičkog centra (u smeru obaranja napadne ivice, tj smanjenja napadnog ugla), pa će se shodno tome promeniti i moment oko elastičnog centra. Promena momenta oko elastičnog centra izazvaće i promenu ugla uvijanja celog preseka za neki ugao θ_β , tj. ukupni ugao uvijanja opruge biće $\theta_{\alpha_0} + \theta_\beta$. Promena ugla uvijanja opruge znači direktno promenu napadnog ugla, što dovodi do promene koeficijenta uzgona.

Sada ćemo napisati jednačine koje su nam potrebne za rešavanje ovog problema. Te jednačine ćemo kasnije ubaciti u Matlab i numerički izračunati neophodne veličine.

Promena koeficijenta uzgona po uglu otklona krilaca:

$$\frac{\partial C_z}{\partial \beta} = \frac{a}{\pi} \left[\arccos(1 - 2E) + 2\sqrt{E(1 - 2E)} \right]$$

Promena koeficijenta momanta po uglu otklona krilaca:

$$\frac{\partial C_m}{\partial \beta} = -\frac{a}{\pi} (1 - E) \sqrt{E(1 - 2E)}$$

Relativni ugao uvijanja:

$$\theta_{\alpha_0} = \frac{\frac{1}{2} \rho V^2 \left[C_{m\ ac} + e \cdot \frac{dC_z}{da} a_0 \right] \cdot S \cdot l}{C_\theta - \frac{1}{2} \rho V^2 \cdot \frac{\partial C_z}{\partial a} \cdot S \cdot e \cdot l}$$

Promena ugla uvijanja:

$$\theta_\beta = \frac{\frac{1}{2} \rho V^2 \left[e \cdot \frac{dC_z}{d\beta} + \frac{\partial C_{Mac}}{\partial \beta} \right] \cdot S \cdot l}{C_\theta - \frac{1}{2} \rho V^2 \cdot \frac{\partial C_z}{\partial a} \cdot S \cdot e \cdot l} \cdot \beta$$

Brzina divergencije:

$$V_D = \sqrt{\frac{2C_\theta}{\rho \cdot \frac{\partial C_z}{\partial a} \cdot S \cdot e \cdot l}}$$

Brzina reversa:

$$V_R = \sqrt{\frac{-2C_\theta \left(\frac{dC_z}{d\beta} \right)}{\rho \cdot \frac{\partial C_z}{\partial a} \cdot \frac{\partial C_{Mac}}{\partial \beta} \cdot S \cdot e \cdot l}}$$

Koeficijent efikasnosti:

$$\eta = \frac{1 - \left(\frac{V}{V_R} \right)^2}{1 - \left(\frac{V}{V_D} \right)^2}$$

BRZINA REVERSA

```

clear, clc, close
%% Ulazni podaci:
b_2 = 14.56; % [m] Polurazmah krila, mereno od spoja trupa
S = 68.844; % [m^2] Izlozena povrsina krila
l = 2.066; % [m] Duzina tetive usvojenog karakteristickog preseka
Cz = 1.527; % [ ] Maksimalni koeficijent uzgona
alpha = 16.929; % [°] Kriticni napadni ugao krila
a = Cz/alpha*180/pi; % [ ] Gradijent uzgona krila
d = 0.9438; % [m] Rastojanje od napadne ivice do centra smicanja
e = d/l - 0.25; % [ ] Relativno rastojanje centra smicanja do
aerodinamickog centra
rho = 1.225; % [kg/m^3] Gustina vazduha na H = 0m
Mt = 206010; % [Nm] Moment torzije
def = 37.473/1000; % [m] Deformacija krila
E = 0.30; % [ ] Relativna tetiva krilaca
lk = l*E; % [m] Tetiva krilaca
%% Proracun brzine reversa:
theta = def/d; % Sacunati ugao uvijanja
Cthetatheta = Mt/theta; % Koeficijent krutosti
dCzdbeta=(a/pi)*(((cos(1-2*E)^(-1))+2*sqrt(E*(1-E)))); % Krutost u uglovim stepenima
dCmacdbeta=(-a/pi)*((1-E)*sqrt(E*(1-E)));
Vd = sqrt((2*Cthetatheta)/(rho*a*(S/2)*e*lk));
Vd_kmh = Vd*3.6;
Vr = sqrt((-2*Cthetatheta*dCzdbeta*e)/(rho*a*dCmacdbeta*(S/2)*lk));
%% Efikasnost komandnih povrsina i crtanje dijagrama
V = linspace(0,Vd);
eta = (1-(V./Vr).^2)./(1-(V./Vd).^2);
boje = get(gca, 'colororder');
figure(1)
plot([Vd Vd],[1 eta(end-1)],'--','Color',boje(2,:),'LineWidth',1.5)
hold on
plot(Vr,0,'o','Color',boje(3,:),'LineWidth',1.5);
plot(V,eta,'Color',boje(1,:),'LineWidth',1.5);
title('$Efikasnost$ $komandnih$ $povrsina$ $\eta$ $=$ $f(V)$','$Interpreter','Latex','fontname','times','fontsize',16)
ylabel('$\eta$')
xlabel('$V$')
$[\frac{m}{s}]$','Interpreter','Latex','fontname','times','fontsize',12)
grid on
axis([0 400 eta(end) 1])
hold on
%% PROVERA
Vr_kmh = Vr*3.6;

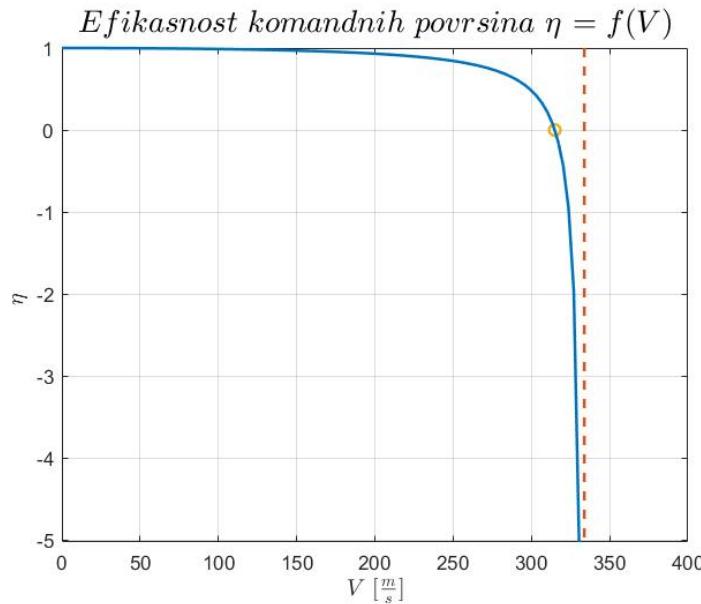
```

```

disp(['Brzina reversa iznosi Vr = ',num2str(Vr_kmh), ' [km/h]'])
V = 900; % [km/h] Maksimalna brzina letelice
disp('***** PROVERA *****')
disp('Uslov brzine reversa Vr > 1.2*V')
disp(['1.2*V = ',num2str(1.2*V), ' [km/h]'])
provera = 1.2*V;
if Vr_kmh > provera
    disp('Brzina reversa ispunjava uslov. Krilo je dobro projektovano!')
else
    error('Brzina reversa NE ISPUNJAVA uslov!!!!!!')
end

Brzina reversa iznosi Vr = 1133.7535 [km/h]
***** PROVERA *****
Uslov bzine divergencije Vr > 1.2*V
1.2*V = 1080 [km/h]
Brzina divergencije ispunjava uslov. Krilo je dobro projektovano!

```



Slika 18 – Efikasnost komandnih površina

Iz prethodnog izraza se vidi da približavanjem brzini reversa efikasnost opada, što znači da za isti moment valjanja je potreban sve veći otklon krilaca, ili da pri istom otklonu krilaca moment valjanja se smanjuje. Pri brzini jednakoj kritičnoj brzini reversa efikasnost krilaca je jednaka nuli, što znači da otklon krilaca ne proizvodi nikakav moment valjanja pa je letelica u tom slučaju neupravljiva oko podužne ose. Daljim povećanjem brzine preko kritične brzine reversa, koeficijent postaje negativan, što izaziva suprotno dejstvo komandi. Ovo važi za naš slučaj kada je $V_D > V_R$.

Kao što vidimo iz prethodno dobijenih rezultata naša brzina reversa ispunjava zadati uslov i time znamo da je naše krilo dobro projektovano!

4. Brzina Flatera

Posmatrajmo let aviona na nekoj visini H i odveđenom brzinom V uz pretpostavku da letelica ubrzava vremenom. U nekom trenutku letelica će dostići neku kritičnu brzinu koju nazivamo brzina flatera. Flater bismo mogli opisati kao "nestabilne sopstvene vibracije strukture koje su energizovane vazdušnom strujom i u najčešćem broju slučajeva završavaju se katastrofalnim lomom strukture". U našem slučaju teoriju flatera posmatramo kao dvodimenzionalnu. Sama teorija pretpostavlja da vibracije, usled aerodinamičkih sila i momenata, uzrokuju dva osnovna opterećenja koja su spregnuta da uzrokuju pojave flatera koje dovode do razaranja struktura.

U dvodimenzionalnoj teoriji flatera uvode se sledeće pretpostavke:

- Razmatranje se pojednostavljuje zanemarivanjem efekta konačne vitkosti, tj. Aerodinamički koeficijenti karakterističnog preseka se računavaju kao za krilo beskonačnog razmaha.
- Amplitude oscilacija su male – linearizacija jednačina kretanja
- Fluid je idealan (potencijalno strujanje) i nestišljiv

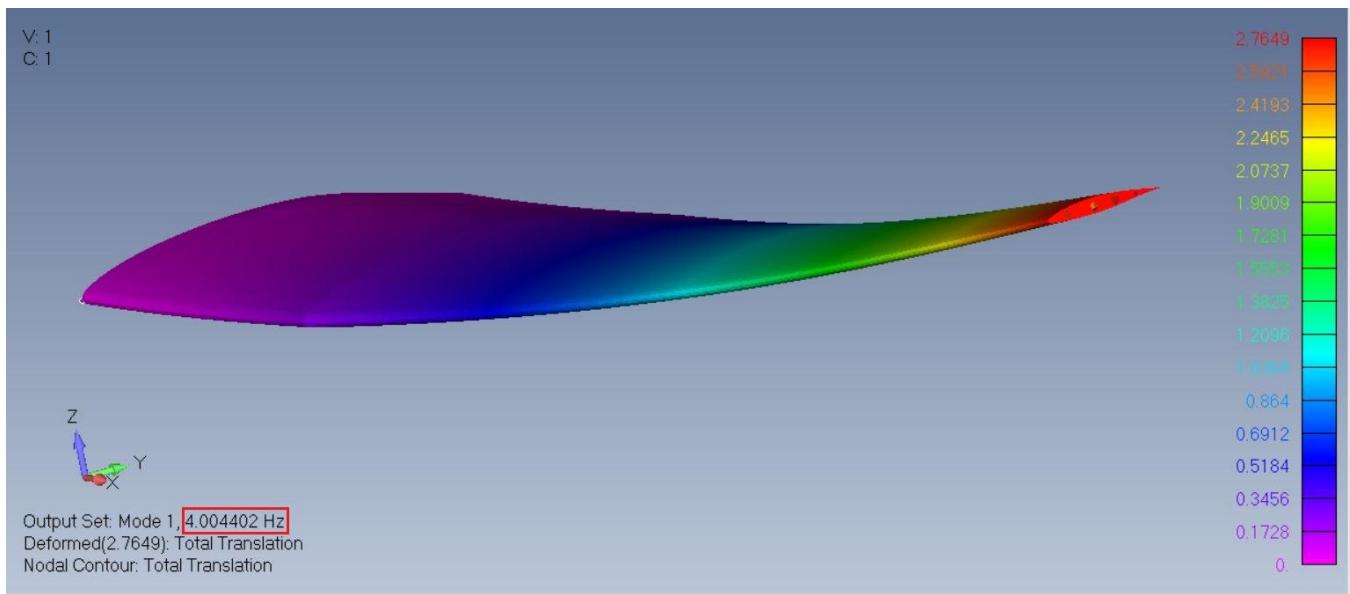
U dosadašnjem razmatranju posmatrane su oscilacije karakterističnog preseka koji se nalazi na 70% polurazmaha krila. Na mestu karakterističnog preseka usvojene su dve generalisane koordinate čije će se promene posmatrati a to su translatorno kretanje i rotaciono kretanje. Uz pomoć analitičke mehanike mogu se izraziti diferencijalne jednačine slobodnih neprigušenih oscilacija karakterističnog preseka krila. Ove jednačine nisu dovoljne jer na krilu imamo prigušenje. Prigušenje potiče iz dva izvora, jedno je spoljašnje prigušenje, a drugo unutrašnje (strukturalno) prigušenje. Spoljno prigušenje nastaje usled kretanja kroz fluidnu sredinu. Unutrašnje prigušenje se javlja u elastičnim telima kao posledica unutrašnjeg trenja između delića pri deformisanju.

Ako prvobitnim dobijenim diferencijalnim jednačinama dodamo efekat prigušenja strukture mogu se iskazati jednačine kretanja preseka krila. U tim jednačinama figurišu nestacionarna aerodinamička sila R_z kao i aerodinamički moment M_t .

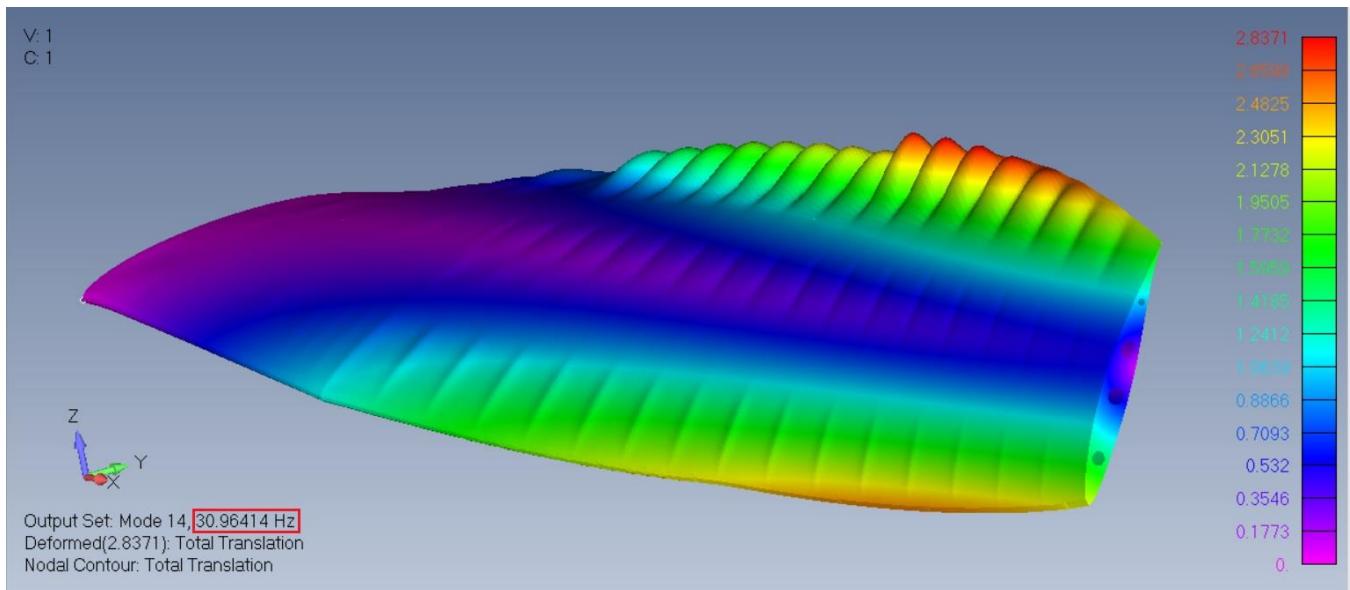
Za rešavanje ovih jednačina neophodne su nam kružne frekvence oscilovanja na savijanje i na uvijanje. Te kružne frekvence dobijamo numeričkim ispitivanjem našeg krila u Femapu a zatim ih ubacujemo u kod napisan u Matlabu i dobijamo kolika je naša brzina reversa.

Na sledećim slikama možemo videti modove oscilovanja na savijanje in a uvijanje. Takođe veličine koje su nam neophodne su obeležene na slikama.

Neophodno je napomenuti da metod koji koristimo za numeričko izračunavanje je takozvani K-metod.



Slika 19 – Mod čistog savijanja



Slika 20 – Mod čistog uvijanja

Kao što na prethodnim slikama vidimo naše frekvence su:

$$\omega_h = 4.00 \text{ Hz} - \text{Frekvencija za mod savijanja}$$

$$\omega_h = 30.96 \text{ Hz} - \text{Frekvencija za mod uvijanja}$$

Unošenjem ovih vrednosti u Matlab kod dobijamo vrednost brzine flatera.

BRZINA REVERSA

```

clear all,clc
% Uzni podaci
l=14.56;      % razmah krila u [m]
c=2.066;      % tetiva [m]
b=c/2;
Xc=0.5*c;      % poloaj centra masa od napadne ivice [m]
Xac=0.25*c;    % poloaj AC od napadne ivice [m]
Xs=0.5*c;      % poloaj centra smicanja od napadne ivice [m]
% Xe=0*b;       % Xs-Xc rastojanje centra smicanja od centra mase [m]
% Xa=0.25*b;    % Xs-Xac rastojanje centra smicanja od AC [m]
Xe=Xs-Xc;      % rastojanje centra smicanja od centra masa [m]
Xa=Xs-Xac;     % rastojanje centra smicanja od AC [m]
a=(Xs-b)/b;    % rastojanje centra smicanja(koji je ispred sredine)
od sredine
m=1395.23/1 ;   % masa po jedinici duzine [kg/m]
J=m*c^2/12+m*Xe^2; % maseni moment inercije po jedinici duzine, za osu
koja prolazi kroz centar smicanja [kgm]
Wh=4*2*pi();    % kruzna frekvencija, prvi mod na savijanje [rad/s]
Wq=30.96*2*pi(); % kruzna frekvencija, prvi mod na uvijanje [rad/s]
Kh=m*Wh^2;      % savojna krutost po jedinici duzine
Kq=J*Wq^2;      % torziona krutost po jedinici duzine
rho=1.225;       % gustina [kg/m^3]

%=====
A=[m -m*Xe;-m*Xe J]; % strukturalna matrica masa
E=[Kh 0;0 Kq];        % strukturalna matrica krutosti
%=====

kstart =1e-6;    % minimalna redukovana frekvencija
kend = 5;        % maksimalna redukovana frekvencija
kinc =0.001;     % inkrement redukovane frekvencije
icount = 0;

% K - redukovana frekvencija
% Tf - Teodorsenova funkcija

for K = kstart:kinc:kend % petlja za razlicite redukovane frekvencije
icount = icount +1;

if K<=0.5
    Tf=1-0.165/(1-0.045/K*1i)-0.335/(1-0.3/K*1i);
else
    Tf=1-0.165/(1-0.041/K*1i)-0.335/(1-0.32/K*1i);
end
F=real(Tf); % realni deo Teodorsenove f-je

```

```

G=imag(Tf); % imaginarni deo Teodorsenove f-je

%=====
% Aerodinamicki oscilatorni derivativi

Lz=2*pi*(-K^2/2-G*K);
Lzdot=2*pi*F;
Lq=2*pi*(K^2*a/2+F-G*K*(0.5-a));
Lqdot=2*pi*(0.5+F*(0.5-a)+G/K);

Mz=2*pi*(-K^2*a/2-K*(a+0.5)*G);
Mzdot=2*pi*(a+0.5)*F;
Mq=2*pi*(K^2/2*(1/8+a^2)+F*(a+0.5)-K*G*(a+0.5)*(0.5-a));
Mqdot=2*pi*(-K/2*(0.5-a)+K*F*(a+0.5)*(0.5-a)+G/K*(a+0.5));

%=====
% Aerodinamicke matrice krutosti i prigusenja

C=[Lz b*Lq;-b*Mz -b^2*Mq]; % aerodinamicka
matrica krutosti
B=[b*Lzdot b^2*Lqdot;-b^2*Mzdot -b^3*Mqdot]; % aerodinamicka
matrica prigusenja
F=A-1i*ro*(b/K)*B-ro*(b/K)^2*C;

Matt=E\F; % eigenvalue solution matrica

lambda =sort(eig(Matt)); % eigenvalue solution

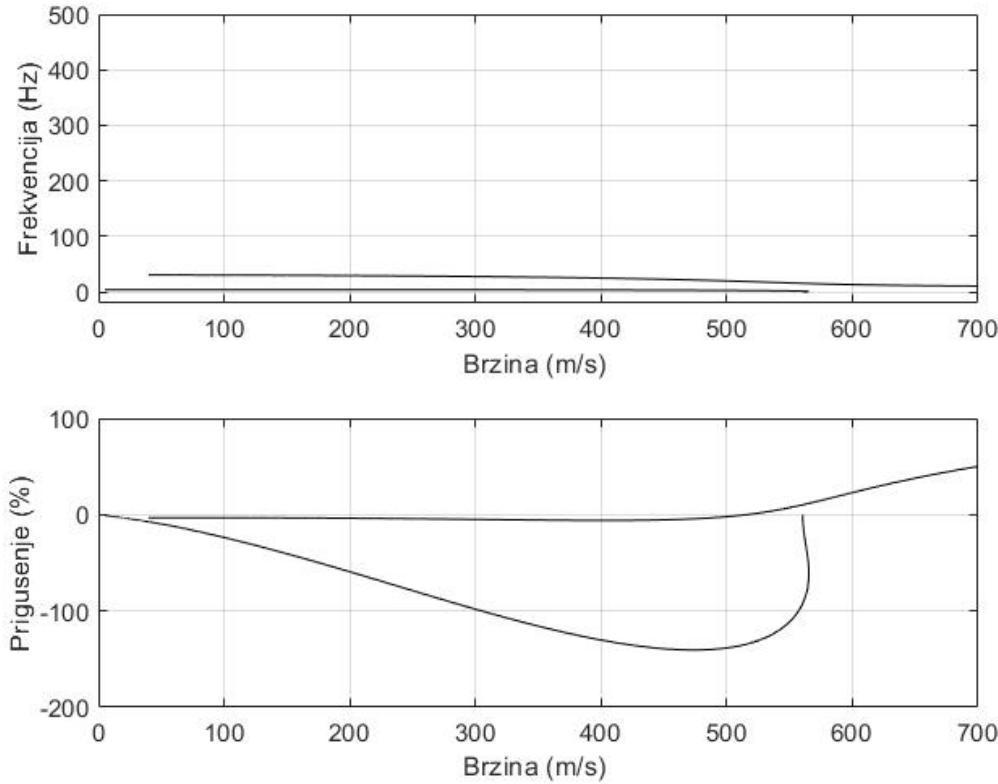
for jj = 1:2

re(jj) = real(lambda(jj));
im(jj) = imag(lambda(jj));
freq(jj,icount) = 1/sqrt(re(jj));
damp(jj,icount) = 100*im(jj)/re(jj);
V(jj,icount)=b*freq(jj,icount)/K;
end
rk(icount)=K;
end

%=====
figure
subplot(2,1,1)
plot(V(1,:),freq(1,:)/(2*pi),'k',V(2,:),freq(2,:)/(2*pi),'k')
axis([0 700 -20 500]),grid
xlabel ('Brzina (m/s) '); ylabel ('Frekvencija (Hz) ');

subplot(2,1,2); plot(V(1,:),damp(1,:),'k',V(2,:),damp(2,:),'k')
axis([0 700 -200 100])
grid
xlabel ('Brzina (m/s) '); ylabel ('Prigusenje (%) ');

```



Slika 21 – Prikaz frekvencija i prigušenja u zavisnosti od brzine

Našu brzinu flatera možemo uočiti na diagram gde su prigušenja i to u slučaju uvijanja (gornja kriva). Tačka u kojoj kriva preseca nultu liniju je ustvari naša brzina flatera. U ovom slučaju to je pri brzini od 500 m/s što znači da ispunjavamo neophodne uslove.

5. Zaključak

Kao i što smo videli do sada Aeroelastičnost je veoma kompleksna pojava koja koja se javlja kod svake letelice zbog elastičnosti same konstrukcije. Brzine koje smo izračunali u dosadašnjem projektu su brzine koje moraju biti ispitovane da ne bi došlo do neoželjnih pojava. U našem slučaju sve brzine koje smo izračunali (brzina divergencije, reversa i flatera) su ispunile zadati uslov a to znači da je naše krilo dobro projektovano.